# Ejercicios de Lógica de Predicados

1. Representa el siguiente fragmento de conocimiento usando lógica de predicados y transformalo a forma normal conjuntiva (FNC).

```
- Todos los caballeros de la mesa redonda son leales a Arturo
- Arturo está casado con Ginebra
- Lanzarote es un caballero de la mesa redonda y está liado con Ginebra
- Toda mujer que estando casada se lia con otro hombre no es leal a su marido
- Los caballeros de la mesa redonda que vencen a todos sus enemigos se
  convierten en campeones de Arturo
```

Usando refutación mediante resolución comprueba si con ese conocimiento es posible demostrar que hay alguien desleal a Arturo ($\exists\ x\ \neg lean(x, Arturo)$) NOTA: Podeis utilizar los siguientes predicados u otros distintos:

| | |
|---|---|
| *caballero(X), vence(X,Y), ...* | |
| *casado(X,Y), liado(X,Y), ...* | `X está casado/liado con Y` |
| *enemigo(X,Y), campeon(X,Y),...* | `X es enemigo/campeón de Y` |

**Representación:**

(1) $\forall x\ \{caballero(x) \rightarrow leal(x, Arturo)\}$
(2) $casado(Arturo, Ginebra)$
(3) $caballero(Lanzarote) \wedge liado(Lanzarote, Ginebra)$
(4) $\forall x\ \forall y\ \{[casada(x, y) \wedge [\exists z\ liado(z, x)]] \rightarrow \neg leal(x, y)\}$
(5) $\forall x\ \{[caballero(x) \wedge [\forall y\ (enemigo(x, y) \wedge vence(x, y))]] \rightarrow campeon(x, Arturo)\}$
**Otra opción:** $\forall x\ \{caballero(x) \rightarrow [\{\forall y\ [enemigo(x, y) \wedge vence(x, y)]\} \rightarrow campeon(x, Arturo)]\}$

2. Representa el siguiente fragmento de conocimiento usando lógica de predicados y transformalo a forma normal conjuntiva (FNC).

```
1 - Asterix es un galo.
2 - Los romanos que son amigos de algún galo odian a César.
3 - Axterix ayudó a Marco.
4 - Marco es amigo de quien le ayuda.
5 - Quien odia a algún romano lucha contra él.
6 - Marco es un romano.
```

Usando refutación mediante resolución comprueba si con ese conocimiento es posible demostrar que Marco odia a César.

NOTA: Podeis utilizar los siguientes predicados:
*amigo(X,Y), ayuda(X,Y), galo(X), odia(X,Y), lucha(X,Y), romano(X),...*

**Representación:**

(1) $galo(Asterix)$
(2) $\forall x\ \{[romano(x) \wedge [\exists y\ (amigo(x, y) \wedge galo(y))]] \rightarrow odia(x, Cesar)\}$
**Otra opción:** $\forall x\ \{romano(x) \rightarrow [\{\exists y\ [amigo(x, y) \wedge galo(y)]\} \rightarrow odia(x, Cesar)]\}$
(3) $ayuda(Asterix, Marco)$
(4) $\forall x\ \forall y\ \{ayuda(x, Marco) \rightarrow amigo(Marco, x)\}$
(5) $\forall x\ \exists y\ \{[romano(y) \wedge odia(x, y)] \rightarrow lucha(x, y)\}$
(6) $romano(Marco)$

3. Dado el siguiente fragmento de conocimiento, represéntalo en lógica de predicados de 1er. orden y transformalo a forma normal conjuntiva (FNC).

```
1 - Todos los coyotes persiguen a algún correcaminos
2 - Algunos correcaminos son inteligentes
3 - Los coyotes que persiguen a correcaminos inteligentes no los atrapan
4 - Cualquier coyote que persigue a algún correaminos pero no lo atrapa estará hambriento
5 - Pepe es un coyote y Ana una correcaminos y ambos son inteligentes
6 - Pepe persigue al correcaminos Ana
```

Usando refutación mediante resolución comprueba si con ese conocimiento es posible saber si `‘‘Pepe está hambriento’’`.

NOTA: Posibles predicados: *coyote(x), correcaminos(x), inteligente(x), hambriento(x), persigue(x,y), atrapa(x,y), ...*

**Representación:**

(1) $\forall x\ \{coyote(x) \rightarrow [\exists y\ \{correcaminos(y) \wedge persigue(x,y)\}]\}$
(2) $\exists x\ [correcaminos(x) \wedge inteligente(x)]$
(3) $\forall x \forall y\ \{[coyote(x) \wedge correcaminos(y) \wedge inteligente(y) \wedge persigue(x,y)] \rightarrow \neg atrapa(x,y)\}$
**Otra opción:** $\forall x \forall y\ \{[coyote(x) \wedge correcaminos(y) \wedge persigue(x,y)] \rightarrow [inteligente(y) \rightarrow \neg atrapa(x,y)]\}$
(4) $\forall x\ \{[coyote(x) \wedge \{\exists y\ [correcaminos(y) \wedge persigue(x,y) \wedge \neg atrapa(x,y)]\}] \rightarrow hambriento(x)\}$
(5) $coyote(Pepe) \wedge correcaminos(Ana) \wedge inteligente(Pepe) \wedge inteligente(Ana)$
(6) $persigue(Pepe, Ana)$

4. Representar el siguiente conocimiento en lógica de predicados de 1er orden.

```
1 - Todos los felinos son mamíferos.
2 - Todos los rumiantes son mamíferos.
3 - Todos los mamíferos tienen pelo.
4 - Todos los mamíferos cazados por carnívoros son herbívoros.
5 - Todos los felinos son carnívoros, tienen garras y tienen dientes.
6 - Los carnívoros que cazan herbívoros más lentos que ellos se los acaban comiendo.
```

Convertirlo a FNC y combinarlo con los siguientes átomos

```
caza(Silvestre, Linda)    felino(Silvestre)            rumiante(Linda)
tiene(Linda, Cuernos)     mas_lento(Linda, Silvestre)  come(Linda, Hierba)
```

Empleando refutación mediante resolución determinar si es posible determinar:

*a)* ¿Existe alguien que tenga pelo? ($\Psi_1 = \exists w\ tiene(w, Pelo)$)
*b)* ¿Es Linda un herbívoro? ($\Psi_2 = herbivoro(Linda)$)

**Representación:**

(1) $\forall x\ \{felino(x) \rightarrow mamifero(x)\}$
(2) $\forall x\ \{rumiante(x) \rightarrow mamifero(x)\}$
(3) $\forall x\ \{mamifero(x) \rightarrow tiene(x, Pelo)\}$
(4) $\forall x\ \{[mamifero(x) \wedge \{\exists y\ [carnivoro(y) \wedge caza(y,x)]\}] \rightarrow herbivoro(x)\}$
(5) $\forall x\ \{felino(x) \rightarrow [carnivoro(x) \wedge tiene(x, Pelo) \wedge tiene(x, Garras) \wedge tiene(x, Dientes)]\}$
(También se puede desglosar en 4 implicaciones con consecuencias simples)
(6) $\forall x\ \forall y \{[carnivoro(x) \wedge herbivoro(y) \wedge caza(x,y) \wedge mas\_lento(y,x)] \rightarrow come(x,y)\}$

5. Dado el siguiente fragmento de conocimiento sobre el dominio de las compras y recomendaciones de discos

```
1 - Se considerará que los clientes estarán interesados en todos los estilos de los cuales
    hayan comprado algún disco.
2 - Los clientes con interés en un estilo musical estarán tanbién interesados en todos los
    estilos relacionados con él
3 - Los clientes con interés en Heavy Metal o Música Clásica nunca comprarán un disco cuyo autor
    sea Enrique Iglesias
4 - Nadie tiene interés en la Jota Aragonesa y el Heavy Metal a la vez.
```

*a*) Representarlo en lógica de predicados de primer orden y transformarlo a FNC

Predicados a usar:

| | |
|---|---|
| *interes(*CLIENTE, ESTILO*)* | *compra(*CLIENTE, DISCO*)* |
| *estilo(*DISCO, ESTILO*)* | *relacionado(*ESTILO, ESTILO*)* |
| *autor(*AUTOR, DISCO*)* | |

*b*) Junto con las siguientes fórmulas atómicas (ya en FNC)

```
relacionado(HeavyMetal, Rock)  relacionado(Ska, Reage)
compra(Juan, HighwayToHell)    estilo(HighwayToHell, HeavyMetal)
compra(Juan, TuttoPavarotti)   estilo(TuttoPavarotti, MusicaClasica)
compra(Luis, Escape)           autor(EnriqueIglesias, Escape)
compra(Pedro, JotaTotal)       estilo(JotaTotal, JotaAragonesa)
interes(Luis, Pop)             interes(Pedro, JotaAragonesa)        interes(Ana, Opera)
```

demostrar empleando refutación por resolución si *"hay alguien con interés en Rock y Música Clásica"* ($\Psi = \exists x\ [interes(x, Rock) \wedge interes(x, MusicaClasica)]$)

**Representación:**

(1) $\forall c\, \forall e\ \{[\exists d\ (compra(c, d) \wedge estilo(d, e))] \rightarrow interes(c, e)\}$

(2) $\forall c\, \forall e_1\ \{interes(c, e_1) \rightarrow [\forall e_2\ \{relacionado(e_1, e_2) \rightarrow interes(c, e_2)\}]\}$

**Otra opción:** $\forall c\, \forall e_2\{[\exists e_1\ (interes(c, e_1) \wedge relacionado(e_1, e_2))] \rightarrow interes(c, e_2)\}$

(3) $\forall c\ \{[interes(c, \text{HeavyMetal}) \vee interes(c, \text{MusicaClasica})] \rightarrow [\forall d\ (autor(\text{EnriqueIglesias}, d) \rightarrow \neg compra(c, d))]\}$

**Otra opción:** $\forall c\ \{[interes(c, \text{HeavyMetal}) \vee interes(c, \text{MusicaClasica})] \rightarrow [\neg\exists d\ (autor(\text{EnriqueIglesias}, d) \wedge compra(c, d))]\}$

(4) $\neg\exists c\ [interes(c, \text{JotaAragonesa}) \wedge interes(c, \text{HeavyMetal})]$

6. Dado el siguiente fragmento de conocimiento en lógica de predicados, transformalo a forma normal conjuntiva (FNC).

$$\begin{array}{ll} 1: & \exists x\ [P(x) \wedge S(M,x)] \\ 2: & \forall x\ \{\exists y\ [P(y) \wedge S(x,y)]\} \rightarrow \{\forall z\ [A(z) \wedge G(x,z)]\} \\ 3: & \forall x\ [P(x) \rightarrow A(x)] \\ 4: & \forall x\ \exists y\ \{[A(y) \wedge G(x,y)] \rightarrow \neg M(x,y)\} \\ 5: & \forall x\ \{\forall y\ [S(x,y) \vee R(y)]\} \rightarrow \{\exists z\ [T(x,z) \vee Q(z)]\} \end{array}$$

Usando refutación mediante resolución comprueba si con ese conocimiento es posible demostrar $\Psi = \exists x A(x) \wedge G(M,x)$.

NOTA: Mayúscuas $\equiv$ constantes; Minúsculas $\equiv$ variables

7. Dado el siguiente fragmento de conocimiento en lógica de predicados, transfórmalo a forma normal conjuntiva (FNC).

$$\begin{array}{ll} 1: & \forall x\ \{P(x) \rightarrow Q(x,M_1)\} \\ 2: & \forall x\ \forall y\ \{[R(x,y) \wedge \exists z\ S(x,z)] \rightarrow \neg Q(x,y)\} \\ 3: & R(M_1,M_2) \wedge S(M_3,M_2) \\ 4: & \forall x\ \forall y\ \{[P(x) \wedge \{\forall z\ [Q(z) \wedge V(x,z)]\}] \rightarrow W(x,y)\} \\ 5: & \forall x\ \{[\{\exists y\ [V(x,y) \wedge P(y)]\} \rightarrow \exists z\ V(x,z)] \vee \exists y\ W(x,y)\} \end{array}$$

Usando refutación mediante resolución comprueba si con ese conocimiento es posible demostrar $\Psi = \exists x\ \neg Q(x,M_1)$.

NOTA: En los predicados: mayúscuas $\equiv$ constantes; minúsculas $\equiv$ variables

8. Dado el siguiente fragmento de conocimiento, transfórmalo a forma normal conjuntiva (FNC).

$$\begin{array}{ll} 1: & \neg\{[S(Eva) \wedge R(Juan)] \rightarrow \neg T(Juan)\} \\ 2: & \forall x\ \{S(x) \rightarrow [\forall y\ (R(y) \wedge Q(x,y))]\} \\ 3: & \forall x\ \{S(x) \rightarrow [\forall y\ \{R(y) \wedge T(y) \wedge Q(x,y)\} \rightarrow \neg P(x,y)]\} \\ 4: & \forall x\ \{[S(x) \wedge \{\exists y\ [R(y) \wedge Q(x,y) \wedge \neg P(x,y)]\}] \rightarrow V(x)\} \\ 5: & \forall x\ \exists y\ \{[H(x) \wedge \neg P(y)] \vee \neg B(x)\} \rightarrow \{[H(x) \rightarrow P(y)] \wedge C(x,y)\} \end{array}$$

Usando refutación mediante resolución comprueba si con ese conocimiento es posible demostar $\Psi = \exists y\ [S(y) \wedge V(y)]$