**UNIVERSIDAD SALESIANA DE BOLIVIA**

# PRACTICA No 4

## ANÁLISIS NUMÉRICO

Lic. Samuel Cabero Leniz

1. Resolver la ecuación de valor inicial

$$y' = (x + y - 1)^2, \qquad y(0) = 2,$$

en términos de funciones elementales.

2. Dadas las ecuaciones de valor inicial, utilice la fórmula de *Euler* para obtener una aproximación con cuatro decimales al valor indicado. Use primero $h = 0{,}1$ y luego $h = 0{,}05$.

   a) $y' = x^2 + y^2; \quad y(0) = 1; \quad y(0{,}5)$.
   b) $y' = e^{-y}; \quad y(0) = 0; \quad y(0{,}5)$.
   c) $y' = xy + \sqrt{y}; \quad y(0) = 1; \quad y(0{,}5)$.
   d) $y' = xy^2 - \frac{y}{x}; \quad y(1) = 1; \quad y(1{,}5)$.

3. Aplique el método de *Euler* con $h = 1/4$ a la ecuación $y' = \mid x \mid -2x$, $y(1) = 1$: determine $y(2)$.

4. Aplique el método de *Euler* con $h = 0{,}5$ a la ecuación $y' = 2y^2 + x$, $y(0) = -1$: determine $y(1{,}5)$.

5. Aplique el método de *Euler* con un subintervalo de longitud 0,2 a la ecuación $y' = \frac{5y}{1+xy}$, $y(1) = -0{,}5$: determine $y(0{,}6)$.

6. Aplique el método de *Euler* a la ecuación $y' = e^{-y} + y^2 + \cos(3x)$, $y(0) = 0$: determine $y(1)$. Utilice cualquier longitud de paso razonable de su elección.

7. Aplique el método de *Taylor* de orden dos con $h = 0{,}5$ a la ecuación $y' = x^2 - y^2$, $y(1) = 1$; determine $y(1{,}5)$.

8. a) Con longitud de paso $h$, escriba en forma completa el método de Taylor de orden dos en el caso del problema $y' = y^2 - e^{4x}$, $y(0) = 1$.
   b) Con $h = 0{,}1$, determine $y_1$.

9. Aplique el método de *Taylor* de orden dos con $h = 0{,}5$ a la ecuación

$$y' = \frac{y^2}{x}; \quad y(1) = 1;$$

determine $y(1{,}5)$.

10. Aplique el método de *Taylor* de orden dos con $h = 0{,}25$ a la ecuación

$$y' = x^2y - y^2; \quad y(0) = 1;$$

determine $y(0{,}5)$.

11. Aplique el método de *Taylor* de orden dos con $h = 0{,}5$ a la ecuación

$$y' = 2x - 4y^2; \quad y(0) = 0;$$

determine $y(1)$.

12. Aplique el método de *Taylor* de orden dos con $h = 0{,}5$ a la ecuación

$$yy' + 2(xy - 1) = 0; \quad y(1) = 1;$$

determine $y(1{,}5)$.

13. Demuestre que, aplicando el método de *Taylor* de orden dos con $h = 0{,}5$ a la ecuación

$$y' = xy + 1; \quad y(0) = 1;$$

determine $y(1)$. Se obtiene $y_2 = 3^6/2^8$.

14. Aplique R-K-4 con $h = 1$ a la ecuación

$$y' = x + \frac{1}{y} - 1 = 0; \quad y(1) = 1;$$

determine $y(2)$.

15. Aplique R-K-4 con $h = 0{,}5$ a la ecuación

$$y' = \frac{y^2}{x} = 0; \quad y(1) = 1;$$

determine $y(1{,}5)$.

16. Aplique R-K-4 con $h = 0{,}5$ a la ecuación

$$y' = y^2 - 4x + 4; \quad y(1) = 2;$$

determine $y(1{,}5)$.

17. Aplique R-K-4 con $h = 0{,}25$ a la ecuación

$$y' = x^2 - y^3; \quad y(0) = 1$$

   a) Demuestre que $y_1$, que aproxima a $y(0{,}25)$, está cerca de 0,821.
   b) Empleando una computadora, obtenga aproximación de $y(1)$ y $y(1{,}5)$.

18. Escriba cada una de las ecuaciones siguientes como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

   a) $y'' = x^2yy'$.

b) $y'' + yy' - y^2 = \operatorname{sen} x - 1$

c) $y''' + yy'' + y' - 3y = 2$

c) $3x^3y''' - xy'' + y = x$

19. Use el método de *Euler* para aproximar $y(0{,}2)$, donde $y(x)$ es la solución del problema de valor inicial

$$y'' - 4y' + 4y = 0, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 1$$

Use $h = 0{,}1$. Encuentre la solución exacta del problema y compare el valor exacto $y(0{,}2)$ con $y_2$.

20. Use el método de *Euler* para aproximar $y(1{,}2)$, donde $y(x)$ es la solución del problema de valor inicial

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad y(1) = 4, \quad y'(1) = 9$$

Siendo $x > 0$. Use $h = 0{,}1$. Encuentre la solución exacta del problema y compare el valor exacto $y(1{,}2)$ con $y_2$.

21. Repita el problema 19 utilizando el método de *Runge Kutta* de cuarto orden con $h = 0{,}1$ y $h = 0{,}2$.

22. Repita el problema 20 utilizando el método de *Runge Kutta* de cuarto orden con $h = 0{,}1$ y $h = 0{,}2$.

23. Use el método de *Runge Kutta* de cuarto orden para obtener el valor aproximado de $y(0{,}2)$, donde $y(x)$ es una solución de la ecuación de valor inicial

$$y'' - 2y' + 2y = e^t \cos t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

Use $h = 0{,}1$ y $h = 0{,}2$.